बिहार बोर्ड मैट्रिक (कक्षा 10)

Exam Capsule

महत्वपूर्ण प्रश्न एवं उत्तर

गणित

PDF E-Book

- Chapter-wise प्रश्न
- Objective (MCQ)
- लघु उत्तरीय प्रश्न
- दीर्घ उत्तरीय प्रश्न
- महत्वपूर्ण सूत्र
- वस्तुनिष्ठ अभ्यास



Contents (Index)

Part 1 — दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (33 questions)

क्र. सं.	प्रश्न	अध्याय	पेज	Link
1.	सिद्ध कीजिए कि √(5) अपरिमेय संख्या है।	वास्तविक संख्याएँ	पेज 8	Click Here
2.	यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग करके दर्शाइये कि किसी धनात्मक पूर्णांक का घन 9m, 9m+1 या 9m+8 के रूप का होता है।	वास्तविक संख्याएँ	पेज 9	Click Here

क्र. सं.	प्रश्न	अध्याय	पेज	Link
1.	एक बिंदु A से, जो एक वृत्त के केंद्र से 5 cm दूरी पर है, वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 4 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।	वृत्त	पेज 36	Click Here
2.	दो संकेंद्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 cm और 3 cm हैं। बड़े वृत्त की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती हो।	वृत्त	पेज 36	Click Here
3.	एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है। सिद्ध कीजिए : AB+CD=AD+BC	वृत्त	पेज 36	Click Here
4.	एक बिंदु Q से एक वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई 24 cm है और बिंदु Q की वृत्त के	वृत्त	पेज 36	Click Here

अध्याय 11 : रचनाए (4 questions)

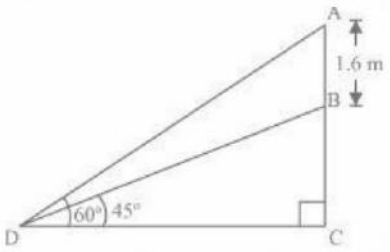
1.	त्रिभुज ABC की रचना करें जिसमें AB+BC+CA=12 सेमी., ∠B=60^(∘), ∠C=45^(∘)।	रचनाएँ	पेज 37	Click Here
2.	त्रिभुज ABC की रचना करें जिसमें AB=5.2 सेमी., BC=6.5 सेमी. और CA=5.7 सेमी. हों। इस त्रिभुज के अन्तःवृत्त की रचना करें।	रचनाएँ	पेज 37	Click Here
3.	ABC एक त्रिभुज बनायें जिसमें BC=5 सेमी., ∠A=70^(∘) एवं A से होकर जाने वाली माध्यिका 3.5 सेमी.।	रचनाएँ	पेज 37	Click Here

अध्याय 12 : वृत्तों से सबंधित क्षेत्रफल (5 questions)

1.	दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 cm और 6 cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है।	वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल	पेज 38	Click Here
2.	6 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60^(∘) है।	वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल	पेज 38	Click Here
3.	एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी परिधि 22 cm है।	वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल	पेज 38	Click Here

अध्याय 13 : पृष्ठाय क्षेत्रफल आर आयतन (6 questions)

1.	दो घनों, जिसमें से प्रत्येक का आयतन 64 cm^3 है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	पेज 39	Click Here
2.	एक घनाकार ब्लॉक के एक फलक को अंदर की ओर से काट कर एक अर्द्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्द्धगोले का व्यास घन के एक किनारे के बराबर है। शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	पेज 40	Click Here
3.	ऊँचाई 2.4 cm और व्यास 1.4 cm वाले एक ठोस बेलन में से इसी ऊँचाई और इसी व्यास वाला एक शंकाकार खोल काट लिया जाता है। शेष बचे ठोस का निकटतम वर्ग सेंटीमीटर तक क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	पेज 40	Click Here



चित्र: पेडस्टल पर मूर्ति (उन्नयन कोण $45°$ और $60°$)

अध्याय 10 : वृत्त

प्रश्न 24. दिए गए आकृति में, XY तथा $X'Y'$, O केंद्र वाले किसी वृत्त पर दो समांतर स्पर्श रेखाएँ हैं और स्पर्श बिंदु C पर स्पर्श रेखा AB, XY को A तथा $X'Y'$ को B पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि $\angle AOB = 90°$ है।

उत्तर: दिया है : XY तथा $X'Y'$, O केंद्र वाले किसी वृत्त पर दो समांतर स्पर्श रेखाएँ हैं। स्पर्श बिंदु C पर खींची गई स्पर्श रेखा AB, XY को A तथा $X'Y'$ को B पर प्रतिच्छेद करती है।

सिद्ध करना है : $\angle AOB = 90°$

उपपत्ति : मान लीजिए XY वृत्त को P पर और $X'Y'$ वृत्त को Q पर स्पर्श करती है।

वृत्त की त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लंब होती है, इसलिए $OP \perp XY$ और $OQ \perp X'Y'$ है।

चूँकि $XY \parallel X'Y'$ है, इसलिए P, O और Q एक ही सरल रेखा पर हैं, अर्थात् POQ वृत्त का व्यास है और $\angle POQ = 180°$ है।

OC को मिलाइए।

त्रिभुज OPA और त्रिभुज OCA में,

$OP = OC$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ हैं)

$OA = OA$ (उभयनिष्ठ भुजा है)

AP = AC (किसी बाह्य बिंदु A से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं)

अतः SSS सर्वांगसमता कसौटी से, $\triangle OPA \cong \triangle OCA$

इसलिए $\angle POA = \angle COA \ldots (1)$

इसी प्रकार, त्रिभुज OQB और त्रिभुज OCB में,

$OQ = OC$ (त्रिज्याएँ हैं), $OB = OB$ (उभयनिष्ठ है) और $BQ = BC$ (बिंदु B से खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं)

अतः $\triangle OQB \cong \triangle OCB$

इसलिए $\angle QOB = \angle COB \ldots (2)$

अब $\angle POA + \angle COA + \angle COB + \angle QOB = 180°$ (POQ एक सरल रेखा है)

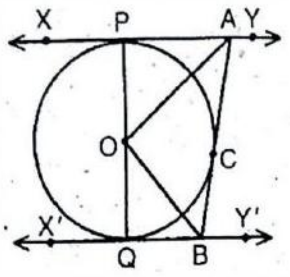
समीकरण (1) और (2) से,

$2\angle COA + 2\angle COB = 180°$

$\angle COA + \angle COB = 90°$

अर्थात् $\angle AOB = 90°$

इति सिद्धम्।



चित्र: वृत्त की समांतर स्पर्श रेखाएँ XY और $X'Y'$

प्रश्न 25. सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं।

उत्तर: दिया है : O केंद्र वाले वृत्त के बाह्य बिंदु P से PA और PB दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं, जो वृत्त को क्रमशः A और B पर स्पर्श करती हैं।

सिद्ध करना है : $PA = PB$

उपपत्ति :

OA और OB को मिलाइए तथा OP को मिलाइए।

चूँकि वृत्त की त्रिज्या स्पर्श बिंदु पर स्पर्श रेखा पर लंब होती है, इसलिए $OA \perp PA$ और $OB \perp PB$, अर्थात $\angle OAP = 90°$ और $\angle OBP = 90°$।

अब समकोण त्रिभुजों OAP और OBP में:

$OA = OB$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

$OP = OP$ (उभयनिष्ठ भुजा)

$\angle OAP = \angle OBP = 90°$

इसलिए $\triangle OAP \cong \triangle OBP$ (RHS सर्वांगसमता कसौटी)

अतः $PA = PB$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग बराबर होते हैं)

अतः, सिद्ध हुआ।

प्रश्न 3. 3825 **को अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।**

उत्तर: $3825 \div 3 = 1275$
$1275 \div 3 = 425$
$425 \div 5 = 85$
$85 \div 5 = 17$
$17 \div 17 = 1$
अतः, $3825 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17 = 3^2 \times 5^2 \times 17$

प्रश्न 4. 510 **और** 92 **का** H.C.F. **और** L.C.M. **ज्ञात कीजिए और इसकी जाँच कीजिए कि दो संख्याओं का गुणनफल =** $H.C.F. \times L.C.M.$ **है।**

उत्तर: यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से:
$510 = 92 \times 5 + 50$
$92 = 50 \times 1 + 42$
$50 = 42 \times 1 + 8$
$42 = 8 \times 5 + 2$
$8 = 2 \times 4 + 0$
अतः, HCF $(510, 92) = 2$
LCM $= (510 \times 92) \div$ HCF $= 46920 \div 2 = 23460$
जाँच: दो संख्याओं का गुणनफल $= 510 \times 92 = 46920$
HCF $\times$ LCM $= 2 \times 23460 = 46920$
अतः, गुणनफल = HCF $\times$ LCM (सत्यापित)

प्रश्न 5. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग कर 4052 **और** 12576 **का** H.C.F. **ज्ञात कीजिए।**

उत्तर: यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से:
$12576 = 4052 \times 3 + 420$
$4052 = 420 \times 9 + 272$
$420 = 272 \times 1 + 148$
$272 = 148 \times 1 + 124$
$148 = 124 \times 1 + 24$
$124 = 24 \times 5 + 4$
$24 = 4 \times 6 + 0$
अतः, 4052 और 12576 का HCF = 4

प्रश्न 6. कुछ वास्तविक संख्याओं के दशमलव प्रसार नीचे दर्शाए गए हैं। प्रत्येक स्थिति के लिए निर्धारित कीजिए कि यह संख्या परिमेय है या नहीं। यदि यह परिमेय संख्या है और $\frac{p}{q}$ **रूप की है तो** q **के अभाज्य गुणनखंडों के बारे में क्या कह सकते हैं?**

(i) 43.123456789

उत्तर: (i) दशमलव प्रसार सांत है, क्योंकि दशमलव के बाद अंक समाप्त हो जाते हैं।
सांत दशमलव प्रसार वाली संख्या परिमेय होती है।
अतः, यह संख्या परिमेय है।
यह $\frac{p}{q}$ रूप में लिखी जा सकती है, जहाँ $q = 10^9 = 2^9 \times 5^9$ है।
अतः, q के अभाज्य गुणनखंड केवल 2 और 5 हैं।

(ii) $0.12012001200012000\ldots$

उत्तर: (ii) दशमलव प्रसार असांत और अनावर्ती है – अंकों का कोई समूह बार–बार दोहराता नहीं है।
असांत अनावर्ती दशमलव प्रसार वाली संख्या अपरिमेय होती है।
अतः, यह संख्या अपरिमेय है।

(iii) $43.123456789\overline{9}$

उत्तर: (iii) दशमलव प्रसार असांत आवर्ती है – अंक 123456789 बार–बार दोहराते हैं।
असांत आवर्ती दशमलव प्रसार वाली संख्या परिमेय होती है।
अतः, यह संख्या परिमेय है।
यह $\frac{p}{q}$ रूप में लिखी जा सकती है, जहाँ q के अभाज्य गुणनखंडों में 2 और 5 के अलावा अन्य अभाज्य संख्याएँ भी होंगी।

प्रश्न 7. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ **एक अपरिमेय संख्या है।**

उत्तर: मान लीजिए $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।
तब $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$ लिखा जा सकता है, जहाँ p और q सह–अभाज्य पूर्णांक हैं और $q \neq 0$।
दोनों पक्षों का वर्ग करने पर: $3 = \frac{p^2}{q^2}$, अर्थात $p^2 = 3q^2$
इसलिए p^2, 3 से विभाज्य है, अतः p भी 3 से विभाज्य है।
मान लीजिए $p = 3r$, जहाँ r एक पूर्णांक है।
तब $p^2 = 9r^2$, इसलिए $9r^2 = 3q^2$, अर्थात $q^2 = 3r^2$
इसलिए q^2 भी 3 से विभाज्य है, अतः q भी 3 से विभाज्य है।
परंतु p और q दोनों 3 से विभाज्य हैं – यह इस मान्यता के विरुद्ध है कि p और q सह–अभाज्य हैं।
अतः हमारी मान्यता गलत है।
इसलिए $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

प्रश्न 8. क्या संख्या 6^n**, जहाँ** n **एक प्राकृत संख्या है, के अंत में शून्य हो सकता है? कारण सहित बताइए।**

उत्तर: यदि किसी संख्या के अंत में शून्य हो, तो उसके अभाज्य गुणनखंडों में 2 और 5 दोनों होने चाहिए।
अब $6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \times 3^n$
इसलिए 6^n के अभाज्य गुणनखंड केवल 2 और 3 हैं; इनमें 5 नहीं है।
अतः 6^n के अंत में शून्य नहीं हो सकता, चाहे n कोई भी प्राकृत संख्या हो।
उत्तर : नहीं, 6^n के अंत में शून्य नहीं हो सकता।

प्रश्न 9. बिना लंबी भाग विधि के बताइए कि $\frac{17}{8}$ **का दशमलव प्रसार शांत होगा या अशांत आवर्ती।**

उत्तर: $\frac{17}{8} = \frac{17}{2^3}$
हर का अभाज्य गुणनखंडन 2^3 है, जो 2^m के रूप का है (यहाँ m

= 3)।
अतः $\frac{17}{8}$ का दशमलव प्रसार शांत होगा।

वास्तव में, $\frac{17}{8} = 2.125$
उत्तर : दशमलव प्रसार शांत होगा।

अध्याय 2 : बहुपद

प्रश्न 1. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिनके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः दी गई संख्याएँ हैं :

(i) $\frac{1}{4}, -1$

उत्तर: (i) द्विघात बहुपद = $x^2 -$ (शून्यकों का योग)$x +$ (शून्यकों का गुणनफल)
$= x^2 - \frac{1}{4}x + (-1)$
$= x^2 - \frac{1}{4}x - 1$
अतः, अभीष्ट बहुपद $x^2 - \frac{1}{4}x - 1$ है।

(ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$

उत्तर: (ii) द्विघात बहुपद = $x^2 -$ (शून्यकों का योग)$x +$ (शून्यकों का गुणनफल)
$= x^2 - \sqrt{2}\,x + \frac{1}{3}$
अतः, अभीष्ट बहुपद $x^2 - \sqrt{2}\,x + \frac{1}{3}$ है।

(iii) $0, \sqrt{5}$

उत्तर: (iii) द्विघात बहुपद = $x^2 -$ (शून्यकों का योग)$x +$ (शून्यकों का गुणनफल)
$= x^2 - 0x + \sqrt{5}$
$= x^2 + \sqrt{5}$
अतः, अभीष्ट बहुपद $x^2 + \sqrt{5}$ है।

प्रश्न 2. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिनके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः दी गई संख्याएँ हैं :

(i) $1, 1$

उत्तर: (i) द्विघात बहुपद = $x^2 -$ (शून्यकों का योग)$x +$ (शून्यकों का गुणनफल)
$= x^2 - 1x + 1$
$= x^2 - x + 1$
अतः, अभीष्ट बहुपद $x^2 - x + 1$ है।

(ii) $-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

उत्तर: (ii) द्विघात बहुपद = $x^2 -$ (शून्यकों का योग)$x +$ (शून्यकों का गुणनफल)
$= x^2 - (-\frac{1}{4})x + \frac{1}{4}$
$= x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$
अतः, अभीष्ट बहुपद $x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ है।

(iii) $4, 1$

उत्तर: (iii) द्विघात बहुपद = $x^2 -$ (शून्यकों का योग)$x +$ (शून्यकों का गुणनफल)
$= x^2 - 4x + 1$
अतः, अभीष्ट बहुपद $x^2 - 4x + 1$ है।

प्रश्न 3. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः -3 और 2 हैं।

उत्तर: द्विघात बहुपद = $x^2 -$ (शून्यकों का योग)$x +$ (शून्यकों का गुणनफल)
$= x^2 - (-3)x + 2$
$= x^2 + 3x + 2$
अतः, अभीष्ट बहुपद $x^2 + 3x + 2$ है।

प्रश्न 4. बहुपद $x^2 - 3$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के सम्बन्ध की सत्यता की जाँच कीजिए।

उत्तर: $x^2 - 3 = 0$
$x^2 = 3$
$x = \sqrt{3}$ या $x = -\sqrt{3}$
अतः, शून्यक $\sqrt{3}$ और $-\sqrt{3}$ हैं।
जाँच: शून्यकों का योग = $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 = -($$x$ का गुणांक$)/($$x^2$ का गुणांक$) = -\frac{0}{1} = 0$
शून्यकों का गुणनफल = $\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3 =$ (अचर पद$)/($$x^2$ का गुणांक$) = -\frac{3}{1} = -3$
अतः, शून्यकों तथा गुणांकों के बीच का संबंध सत्य है।

प्रश्न 5. निम्न द्विघात बहुपद के शून्यक ज्ञात कीजिए और उनके शून्यकों तथा गुणांकों के बीच संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

(i) $x^2 - 2x - 8$

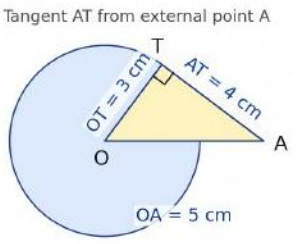
उत्तर: (i) $x^2 - 2x - 8 = x^2 - 4x + 2x - 8$
$= x(x - 4) + 2(x - 4)$
$= (x - 4)(x + 2)$
शून्यक के लिए $(x - 4)(x + 2) = 0$
अतः, $x = 4$ या $x = -2$
अतः, शून्यक 4 और -2 हैं।
जाँच: योग = $4 + (-2) = 2 = -\frac{(-2)}{1} = 2$
गुणनफल = $4 \times (-2) = -8 = -\frac{8}{1} = -8$

(ii) $4\,s^2 - 4\,s + 1$

उत्तर: (ii) $4\,s^2 - 4\,s + 1 = (2\,s)^2 - 2 \times 2\,s \times 1 + 1^2$
$= (2\,s - 1)^2$
शून्यक के लिए $(2\,s - 1)^2 = 0$

प्रश्न 1. एक बिंदु A से, जो एक वृत्त के केंद्र से 5 cm दूरी पर है, वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 4 cm है । वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

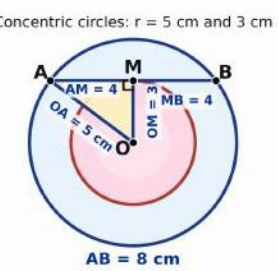
उत्तर: मान लीजिए वृत्त का केंद्र O और त्रिज्या r cm है।
स्पर्श रेखा त्रिज्या पर लंब होती है, इसलिए $\angle OTA = 90°$ है (T स्पर्श बिंदु है)।
समकोण त्रिभुज OTA में पाइथागोरस प्रमेय से :
$OA^2 = OT^2 + AT^2$
$5^2 = r^2 + 4^2$
$25 = r^2 + 16$
$r^2 = 9$
$r = 3$
अतः वृत्त की त्रिज्या 3 cm है।



चित्र: बाह्य बिंदु A से स्पर्श रेखा AT ($OA = 5$ cm)

प्रश्न 2. दो संकेंद्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 cm और 3 cm हैं । बड़े वृत्त की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती हो ।

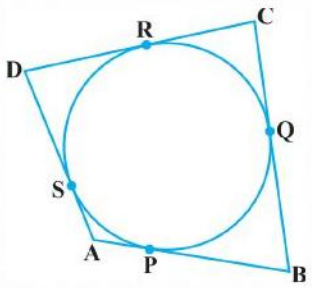
उत्तर: मान लीजिए बड़े वृत्त का केंद्र O है।
बड़े वृत्त की जीवा AB छोटे वृत्त को बिंदु M पर स्पर्श करती है।
OM, AB पर लंब है और OM = छोटे वृत्त की त्रिज्या = 3 cm
OA = बड़े वृत्त की त्रिज्या = 5 cm
समकोण त्रिभुज OMA में पाइथागोरस प्रमेय से :
$AM^2 = OA^2 - OM^2 = 25 - 9 = 16$
$AM = 4$ cm
केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है, इसलिए $AB = 2 \times AM = 8$ cm
अतः जीवा की लंबाई 8 cm है।



चित्र: दो संकेन्द्रीय वृत्त (5 cm और 3 cm), जीवा AB

प्रश्न 3. एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज $ABCD$ खींचा गया है । सिद्ध कीजिए : $AB + CD = AD + BC$

उत्तर: मान लीजिए चतुर्भुज $ABCD$ की भुजाएँ वृत्त को क्रमशः P, Q, R, S बिंदुओं पर स्पर्श करती हैं।
(AB भुजा P पर, BC भुजा Q पर, CD भुजा R पर, DA भुजा S पर)
हम जानते हैं कि बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं।
इसलिए : AP = $AS, BP = BQ, CQ = CR, DR = DS$
अब $AB + CD$ = $(\text{AP} + PB) + (CR + RD)$
= $(AS + BQ) + (CQ + DS)$
= $(AS + DS) + (BQ + CQ)$
= $AD + BC$
अतः $AB + CD = AD + BC$ सिद्ध हुआ।



चित्र: वृत्त के परिगत चतुर्भुज $ABCD$ बनाइए

प्रश्न 4. एक बिंदु Q से एक वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई 24 cm है और बिंदु Q की वृत्त के केंद्र से दूरी 25 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर: वृत्त की त्रिज्या स्पर्श बिंदु पर स्पर्श रेखा पर लंब होती है, इसलिए केंद्र O, स्पर्श बिंदु T और बाह्य बिंदु Q से बना त्रिभुज OTQ समकोण त्रिभुज है ($\angle OTQ = 90°$)।
पाइथागोरस प्रमेय से: $OQ^2 = OT^2 + TQ^2$
$25^2 = OT^2 + 24^2$
$625 = OT^2 + 576$
$OT^2 = 625 - 576 = 49$
$OT = \sqrt{49} = 7$ cm
अतः वृत्त की त्रिज्या 7 cm है।

अध्याय 11 : रचनाएँ

प्रश्न 1. त्रिभुज ABC की रचना करें जिसमें $AB + BC + CA$ = 12 सेमी., $\angle B = 60°, \angle C = 45°$ ।

उत्तर: रचना के चरण :

1.XY = 12 cm का रेखाखंड खींचिए (यह त्रिभुज का परिमाप है)।

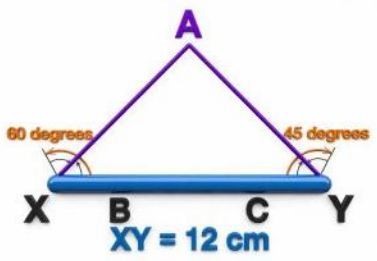
2.X पर $\angle YXP = 60°$ और Y पर $\angle XYQ = 45°$ बनाइए।

3.$\angle YXP$ और $\angle XYQ$ के समद्विभाजक खींचिए; वे एक–दूसरे को बिंदु A पर काटते हैं।

4.AX और AY के लंब समद्विभाजक खींचिए; वे XY को क्रमशः B और C पर काटते हैं।

5.AB और AC को मिलाइए।

ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।



चित्र: रेखाखंड XY = 12 cm

प्रश्न 2. त्रिभुज ABC की रचना करें जिसमें AB = 5.2 सेमी ., BC = 6.5 सेमी. और CA = 5.7 सेमी. हों । इस त्रिभुज के अन्तःवृत्त की रचना करें ।

उत्तर: रचना के चरण :

1.BC = 6.5 cm खींचिए।

2.B को केंद्र मानकर 5.2 cm त्रिज्या से और C को केंद्र मानकर 5.7 cm त्रिज्या से चाप लगाइए; दोनों चाप A पर मिलते हैं। AB और AC मिलाइए।

3.$\angle B$ और $\angle C$ के समद्विभाजक खींचिए; वे एक–दूसरे को I पर काटते हैं (I अंतःकेंद्र है)।

4.I से BC पर लंब ID डालिए।

5.I को केंद्र और ID को त्रिज्या मानकर वृत्त खींचिए।

यही त्रिभुज ABC का अंतःवृत्त है।



चित्र: त्रिभुज ABC ($BC = 6.5, AB = 5.2, CA = 5.7$ cm)

प्रश्न 3. ABC एक त्रिभुज बनायें जिसमें BC = 5 सेमी., $\angle A$ = 70° एवं A से होकर जाने वाली माध्यिका 3.5 सेमी. ।

उत्तर: रचना के चरण :

1.BC = 5 cm खींचिए और D को BC का मध्य–बिंदु लीजिए।

2.B पर BC से 20° का कोण ($90° - 70° = 20°$) बनाती हुई किरण BC के नीचे की ओर खींचिए।

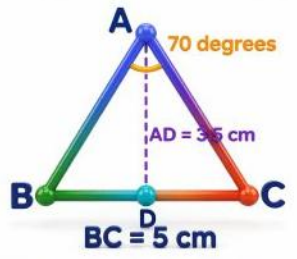
3.BC का लंब समद्विभाजक खींचिए; यह किरण को O पर काटता है।

4.O को केंद्र और OB को त्रिज्या मानकर वृत्त खींचिए (इस वृत्त के बड़े चाप पर स्थित किसी भी बिंदु से BC, 70° का कोण अंतरित करती है)।

5.D को केंद्र मानकर 3.5 cm त्रिज्या से चाप लगाइए जो वृत्त को A पर काटे।

6.AB और AC को मिलाइए।

ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।



चित्र: रेखाखंड BC = 5 cm, D उसका मध्य–बिंदु

प्रश्न 4. $\angle AOB$ = 60°, 5 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचें जो OA तथा OB को स्पर्श करें।

उत्तर: रचना के चरण :

1.$\angle AOB$ = 60° बनाइए।

2.$\angle AOB$ का समद्विभाजक खींचिए।

3.OA पर कोई बिंदु M लीजिए; M से OA पर लंब खींचिए और उस पर MN = 5 cm काटिए।

4.N से OA के समांतर रेखा खींचिए; यह समद्विभाजक को P पर काटती है।

5.P से OA पर लंब PQ डालिए ($PQ = 5$ cm)।

6.P को केंद्र और 5 cm त्रिज्या मानकर वृत्त खींचिए।

यह वृत्त OA और OB दोनों को स्पर्श करता है।

$x = -3$ रखने पर $9 + 3k - 42 = 0$ मिलता है, जिससे $3k = 33$ अर्थात $k = 11$ प्राप्त होता है।

प्रश्न 33. यदि बहुपद $cx^2 + ax + b$ के शून्यक α, β हों तो $\alpha + \beta$ का मान होगा—

(A) $\frac{(-b)}{a}$
(B) $\frac{(-a)}{c}$
(C) $\frac{c}{a}$
(D) $\frac{a}{b}$

Ans: (B)

बहुपद $cx^2 + ax + b$ में शून्यकों का योग $-\frac{a}{c}$ होता है, जहाँ a, x का गुणांक और c, x^2 का गुणांक है।

प्रश्न 34. यदि बहुपद $x^2 + 3x - 1$ के शून्यक α, β हों, तो $\alpha^{-1} + \beta^{-1}$ का मान होगा—

(A) 2
(B) 1
(C) 3
(D) -1

Ans: (C)

$\alpha + \beta = -3$ और $\alpha\beta = -1$ है, इसलिए $\alpha^{-1} + \beta^{-1} = \frac{(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} = \frac{(-3)}{(-1)} = 3$ होता है।

प्रश्न 35. $x^2 - 5$ के शून्यक हैं—

(A) $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$
(B) $5, -5$
(C) $1, -1$
(D) $2, -2$

Ans: (A)

$x^2 - 5 = 0$ से $x^2 = 5$ मिलता है, इसलिए $x = \sqrt{5}$ या $x = -\sqrt{5}$ होगा, यही इसके शून्यक हैं।

प्रश्न 36. द्विघात बहुपद के शून्यकों का योग -3 और गुणनफल 2 है, तो बहुपद है—

(A) $x^2 + 3x + 2$
(B) $x^2 - 3x + 2$
(C) $x^2 - 2x + 3$
(D) $x^2 - 2x - 3$

Ans: (A)

द्विघात बहुपद $x^2 - (\text{शून्यकों का योग})x + (\text{शून्यकों का गुणनफल})$ होता है, अर्थात $x^2 - (-3)x + 2 = x^2 + 3x + 2$ बनता है।

प्रश्न 37. रैखिक बहुपद का घात होता है—

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4

Ans: (A)

रैखिक बहुपद में चर की अधिकतम घात 1 होती है, इसलिए रैखिक बहुपद का घात 1 होता है।

प्रश्न 38. एक द्विघात बहुपद के मूलों के योगफल और गुणनफल क्रमशः 2 तथा -13 है। द्विघात बहुपद है—

(A) $x^2 + 2x + 13$
(B) $x^2 + 2x - 13$
(C) $x^2 - 2x + 13$
(D) $x^2 - 2x - 13$

Ans: (D)

द्विघात बहुपद $x^2 - (\text{मूलों का योग})x + (\text{मूलों का गुणनफल})$ होता है, इसलिए $x^2 - 2x + (-13) = x^2 - 2x - 13$ बनता है।

प्रश्न 39. द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के आलेख का रूप होता है—

(A) सरल रेखा
(B) परवलय
(C) वृत्त
(D) दीर्घवृत्त

Ans: (B)

द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ का आलेख U आकार का वक्र होता है, जिसे परवलय कहते हैं, सरल रेखा नहीं।

प्रश्न 40. यदि α, β द्विघात बहुपद $f(x) = x^2 - 5x + 7$ के मूल हों, तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ का मान होगा—

(A) $\frac{(-5)}{7}$
(B) $\frac{5}{7}$
(C) $\frac{7}{5}$
(D) $\frac{(-7)}{5}$

Ans: (B)